

XLème Colloque de l'ASRDLF

Convergence et disparités régionales au sein de l'espace européen

Les politiques régionales à l'épreuve des faits

Bruxelles – 1, 2 et 3 Septembre 2004

Convergence et disparités régionales en Pologne

Analyse en termes des modèles néoclassiques de croissance

Paweł KLIBER, Piotr MAĆKOWIAK

Krzysztof MALAGA

Université des Sciences Economiques

Chaire d'Economie Mathématique

Poznań

k.malaga@ae.poznan.pl

Résumé :

Dans cette communication nous allons appliquer les modèles néoclassiques de croissance de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil à l'analyse des inégalités régionales en Pologne en termes de la richesse - exprimée par le PIB par employé (p.e.). Les disparités régionales sont décrites par les paramètres des modèles ainsi que par les valeurs du PIB p.e. en 1999 et aux états d'équilibre stables. La description des inégalités régionales en Pologne est approfondie par l'analyse de la convergence des sentiers de croissance de l'économie polonaise et des régions polonaises vers les états d'équilibre stables du point de vue de la vitesse et du temps de demi-convergence.

Mots clés :

Croissance économique, convergence, régions polonaises, inégalités régionales en Pologne.

JEL classification: O41, O47, R11.

1. Introduction

Dans cet article nous allons analyser les disparités régionales en Pologne en termes des modèles néoclassiques de croissance exogène¹. Dans la section 2 nous allons présenter: les modèles de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil, les définitions des états d'équilibre ainsi que de mesures de la vitesse de convergence des sentiers de croissance du PIB p.e. de l'économie polonaise et des régions polonaises vers les états d'équilibre stables dans ces modèles. Dans la section 3 nous allons discuter les méthodes de calibration des paramètres des modèles. Les résultats empiriques² reçus à partir de modèles néoclassiques de croissance seront discutés dans la section 4. En conclusion, nous allons discuter les résultats empiriques obtenus pour l'économie polonaise et les régions polonaises ainsi que l'appétitude³ de modèles néoclassiques de croissance économique à l'analyse de la convergence et des disparités régionales en Pologne à long terme.

2. Les modèles néoclassiques de croissance économique

2.1. Le modèle de Solow-Swan.

Nous envisageons l'économie de la région i , dans laquelle l'équilibre sur les marchés des produits au moment du temps t est décrit par l'équation:

$$Y_i(t) = C_i(t) + I_i(t). \quad (1)$$

$i=1, \dots, 16$ - les nouvelles régions polonaises (voïevodies créées en 1998), $Y_i(t)$ - le Produit Interieur Brut à la région i au moment du temps t , $C_i(t)$ - la consommation à la région i au moment du temps t , $I_{K_i}(t)$ - les investissements en capital physique à la région i au moment du temps t .

La consommation et l'épargne sont proportionnelles au PIB à la région i au moment du temps t :

$$C_i(t) = c_i Y_i(t), \quad (2)$$

$$S_i(t) = s_{K_i} Y_i(t). \quad (3)$$

$S_i(t)$ - l'épargne à la région i au moment du temps t , $s_{K_i} \in [0,1]$ - le taux de l'épargne (d'investissement en capital physique) à la région i , $c_i \in [0,1]$ - le taux de la consommation à la région i ,

$$s_{K_i} + c_i = 1. \quad (4)$$

L'épargne est égale aux investissements en capital physique à la région i au moment du temps t :

¹ La communication constituera l'extension d'un papier présenté au cours du XXXIX-ième Colloque de l'ASRDLF à Lyon [11] et du texte [8] discuté au cours des ateliers franco-polonais au Laboratoire d'Economie et de Gestion à l'Université de Bourgogne à Dijon. Dans cette communication nous ne prenons pas *explicitement* en compte les conséquences de l'entrée de la Pologne à l'Union Européen. Par contre, dans les conclusions finales de ce papier nous allons présenter quelques suggestions sur l'efficacité d'une politique régionale, réalisée en Pologne après l'entrée de notre pays à l'Union Européen, qui sera nécessaire du point de vue de l'inversion des disparités régionales à long terme, observées comme les résultats d'analyse en terme des modèles néoclassiques de croissance au niveau régional.

² Suite à la réforme administrative réalisée en 1998, on a créé en Pologne 16 nouvelles voïevodies au lieu de 49 existantes depuis 1975. Le choix de l'année 1999, comme l'année initiale de notre analyse, est justifiée d'une part par la disponibilité des données statistiques qui décrivent les premières résultats de ce réforme et d'autre part par la volonté de faire un bilan d'ouverture des inégalités régionales en Pologne à la veille de l'entrée de la Pologne à l'Union Européen. La convergence et les disparités régionales en Pologne, discutés dans ce papier, constitueront le point de référence aux résultats qui tiendront en compte l'impact de la politique régionale réalisée à l'Union Européen sur les inégalités régionales de la richesse et du potentiel de croissance et du développement en Pologne à l'avenir.

³ Nous allons appliquer les modèles néoclassiques de croissance exogène à l'analyse non seulement des disparités régionales, mais aussi à l'analyse des processus de convergence des sentiers de croissance du PIB p.e. vers les états d'équilibre stables au niveau de l'économie polonaise et au niveau des régions polonaises.

$$S_i(t) = I_{K_i}(t). \quad (5)$$

L'accumulation du capital physique est défini par la différence entre les investissements en capital physique et la dépréciation du capital physique à la région i au moment du temps t :

$$\frac{dK_i(t)}{dt} = I_{K_i}(t) - \rho K_i(t). \quad (6)$$

ρ – le taux de dépréciation du capital physique.

Les processus de production sont décrits par les fonction de production néoclassiques - avec le progrès technique neutre au sens de Hicks - qui sont croissantes, différentiables, concaves, à rendements d'échelle constants et satisfont les conditions d'Inada.

$$Y_i(t) = F_i(K_i(t), N_i(t)) = A_i K_i^{\alpha_i}(t) N_i^{1-\alpha_i}(t). \quad (7)$$

A_i - la productivité totale des facteurs de production à la région i , $N_i(t)$ - le nombre de la population active à la région i .

Le taux de croissance de la population active est constant et exogène:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} \frac{1}{N_i(t)} = \eta_i. \quad (8)$$

Des équations (1)-(8) nous obtenons l'équation d'accumulation du capital physique :

$$\frac{dK_i(t)}{dt} = s_{K_i} A_i K_i^{\alpha_i}(t) N_i^{1-\alpha_i}(t) - \rho K_i(t). \quad (9)$$

et l'équation d'accumulation du capital physique par employé (p.e.):

$$\frac{dk_i(t)}{dt} = s_{K_i} A_i k_i^{\alpha_i}(t) - (\eta_i + \rho) k_i(t). \quad (10)$$

$A_i k_i^{\alpha_i}(t) = y_i(t)$ - le PIB p.e. à la région i au moment du temps t , $k_i(t) = \frac{K_i(t)}{N_i(t)}$ - le capital physique

p.e. à la région i au moment du temps t .

Les valeurs du capital physique p.e. et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables pour la région i sont égales à:

$$* k_i = \left(\frac{A_i s_{K_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}, \quad * y_i = \left(\frac{A_i s_{K_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}. \quad (11)$$

Le taux de croissance du PIB p.e. dans le modèle de Solow-Swan avec la fonction de production Cobb-Douglas sous la forme intensive: $f_i(k_i(t)) = A_i k_i^{\alpha_i}(t)$ est décrit par l'équation :

$$\gamma_{y_i(t)} = \frac{dy_i(t)}{dt} \frac{1}{y_i(t)} = \alpha_i \frac{dk_i(t)}{dt} \frac{1}{k_i(t)} = \alpha_i \gamma_{k_i(t)}. \quad (12)$$

L'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e. autour de l'état d'équilibre stable nous permet d'obtenir l'équation:

$$\gamma_{y_i(t)} \cong -\left((1-\alpha_i)(\eta_i + \rho) \right) \left(\ln y_i(t) - \ln y_i^* \right) \quad (13)$$

et de définir la mesure de la vitesse de convergence du sentier de croissance du PIB p.e. à la région i vers l'état d'équilibre stable⁴:

$$\beta_i^{SOL} = (1 - \alpha_i)(\eta_i + \rho). \quad (14)$$

La mesure de la vitesse de convergence du sentier de croissance du PIB p.e. à la région i vers l'état d'équilibre stable, croit avec l'acroissement du taux de dépréciation réelle du capital physique p.e. $(\eta_i + \rho)$ et baisse avec l'acroissement du taux d'élasticité du PIB p.e. par rapport au capital physique p.e. α_i . Elle décrit pour combien de pourcents par l'unité du temps diminue la distance entre la valeur du PIB p.e. à la région i au moment du temps t et la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable à la région i .

La résolution de l'équation différentielle (13) nous permet d'obtenir la mesure du temps de « demi-convergence » à la région i :

$$t_i^{SOL} = \frac{\ln 2}{\beta_i^{SOL}}, \quad (15)$$

qui décrit le nombre d'années qui sont nécessaires à la diminution la moitié de la distance entre la valeur du PIB p.e. $y_i(t)$ au moment du temps t , et la valeur du PIB p.e. y_i^* à l'état d'équilibre stable à la région i .

2.2. Le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Nous reprenons les hypothèses décrites par les équations (1)-(5)

L'épargne à la région i au moment du temps t est égale à la somme des investissements en capital physique et en capital humain:

$$S_i(t) = I_{K_i}(t) + I_{H_i}(t) \quad (16)$$

La dynamique d'accumulation du capital physique et du capital humain est décrite par le système d'équations :

$$\begin{aligned} \frac{dK_i(t)}{dt} &= I_{K_i}(t) - \rho K_i(t) = s_{K_i} Y_i(t) - \rho K_i(t), \\ \frac{dH_i(t)}{dt} &= I_{H_i}(t) - \rho H_i(t) = s_{H_i} Y_i(t) - \rho H_i(t). \end{aligned} \quad (17)$$

ρ – le taux de dépréciation du capital physique et du capital humain, $I_{K_i}(t)$ - les investissements en capital physique à la région i , $I_{H_i}(t)$ - les investissements en capital humain à la région i , s_{K_i} - le taux d'investissement en capital physique à la région i , s_{H_i} - le taux d'investissement en capital humain à la région i .

Les processus de production sont décrits par les fonction de production néoclassiques avec le progrès technique neutre au sens de Hicks, qui sont croissantes, différentiables, concaves, à rendements d'échelle constants et satisfont les conditions d'Inada.

$$Y_i(t) = F_i(K_i(t), N_i(t)) = A_i K_i^{\alpha_i}(t) H_i^{\beta_i}(t) N_i^{1 - \alpha_i - \beta_i}(t) \quad (18)$$

A_i - la productivité totale des facteurs de production à la région i , $N_i(t)$ - le nombre de la population active à la région i au moment du temps t , $H_i(t)$ - le stock du capital humain à la région i au moment du temps t

Le taux de croissance de la population active est constant et exogène:

⁴ La vitesse de convergence n'est pas constante. Elle dépend de la distance à l'état d'équilibre stable.

$$\frac{dN_i(t)}{dt} \frac{1}{N_i(t)} = \eta_i. \quad (19)$$

Des équations (16)-(19) nous obtenons le système d'équations d'accumulation du capital humain et du capital physique:

$$\begin{aligned} \frac{dK_i(t)}{dt} &= s_{K_i} A_i K_i(t)^{\alpha_i} H_i(t)^{\beta_i} N_i(t)^{1-\alpha_i-\beta_i} - \rho K_i(t), \\ \frac{dH_i(t)}{dt} &= s_{H_i} A_i K_i(t)^{\alpha_i} H_i(t)^{\beta_i} N_i(t)^{1-\alpha_i-\beta_i} - \rho H_i(t). \end{aligned} \quad (20)$$

La dynamique d'accumulation du capital humain p.e. et du capital physique p.e. est décrite par le système d'équations:

$$\begin{aligned} \frac{dk_i(t)}{dt} &= s_{K_i} A_i k_i(t)^{\alpha_i} h_i(t)^{\beta_i} - (\eta_i + \rho) k_i(t), \\ \frac{dh_i(t)}{dt} &= s_{H_i} A_i k_i(t)^{\alpha_i} h_i(t)^{\beta_i} - (\eta_i + \rho) h_i(t). \end{aligned} \quad (21)$$

où : $f_i(k_i(t)) = A_i k_i(t)^{\alpha_i} h_i(t)^{\beta_i} = y_i(t)$ - le PIB p.e. à la région i au moment du temps t ,

$k_i(t) = \frac{K_i(t)}{N_i(t)}$ - le capital physique p.e. à la région i au moment du temps t , $h_i(t) = \frac{H_i(t)}{N_i(t)}$ - le capital

humain p.e. à la région i au moment du temps t .

Les valeurs du capital physique p.e., du capital humain p.e. et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables pour la région i sont égales à:

$$* k_i = \left(\frac{A_i s_{K_i}^{\beta_i} s_{H_i}^{1-\beta_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i-\beta_i}}, \quad * h_i = \left(\frac{A_i s_{K_i}^{1-\alpha_i} s_{H_i}^{\alpha_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i-\beta_i}}, \quad * y_i = \left(\frac{A_i s_{K_i}^{\beta_i} s_{H_i}^{\alpha_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i-\beta_i}}. \quad (22)$$

Le taux de croissance du PIB p.e. dans le modèle néoclassique de croissance avec la fonction de production Cobb-Douglas $f_i(k_i(t)) = A_i k_i(t)^{\alpha_i} h_i(t)^{\beta_i}$ est décrit par l'équation:

$$\gamma_{y_i(t)} = \frac{dy_i(t)}{dt} \frac{1}{y_i(t)} = \alpha_i \frac{dk_i(t)}{dt} \frac{1}{k_i(t)} + \beta_i \frac{dh_i(t)}{dt} \frac{1}{h_i(t)}. \quad (23)$$

L'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e., autour de l'état d'équilibre stable, nous permet d'obtenir l'équation:

$$\gamma_{y_i(t)} \cong -(1 - \alpha_i - \beta_i)(\eta_i + \rho) \left(\ln y_i(t) - \ln y_i^* \right) \quad (24)$$

et de définir la mesure de la vitesse de convergence du sentier de croissance de la région i vers l'état d'équilibre stable:

$$\beta_i^{MRW} = (1 - \alpha_i - \beta_i)(\eta_i + \rho). \quad (25)$$

La vitesse de convergence du sentier de croissance à la région i vers l'état d'équilibre stable (à proximité de cet état) croît avec l'acroissement du taux de dépréciation réelle du capital physique ou du capital humain et baisse avec l'augmentation des élasticités du PIB p.e. par rapport au capital physique et par rapport au capital humain. Cette mesure décrit pour combien de pourcents par l'unité du temps diminue la distance entre la valeur du PIB p.e. à la région i au moment du temps t et la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable à la région i .

La résolution de l'équation différentielle (24) nous permet d'obtenir la mesure du «demi-convergence» vers l'état d'équilibre stable à la région i :

$$t_i^{MRW} = \frac{\ln 2}{\beta_i^{MRW}} \quad (26)$$

qui décrit le nombre d'années, qui sont nécessaires à la diminution la moitié de la distance entre la valeur du PIB p.e. $y_i(t)$ au moment du temps t et la valeur du PIB p.e. y_i^* à l'état d'équilibre stable.

3. Les méthodes de calibration des paramètres des modèles

3.1. Elasticités du capital physique dans le modèle de Solow-Swan ont été reçu à partir de conditions nécessaires de maximization de la fonction du gain:

$$\begin{aligned} \Pi_i(K_i(t), L_i(t)) &= \{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t) - r_i K_i(t) - w_i L_i(t)\} \rightarrow \max, \\ K_i(t), L_i(t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

d'ou:

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_i) &= \frac{w_i}{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i L_i(t)}{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}, \\ \alpha_i &= 1 - \frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}. \end{aligned} \quad (28)$$

où: w_i - la salaire moyenne à la region i .

3.2. Dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil les élasticités du PIB p.e. par rapport au capital physique p.e. ont été calculés de même manière que dans le modèle de Solow-Swan et les élasticités du PIB p.e. par rapport au capital humain p.e. ont été obtenues de l'équation:

$$\beta_i = \frac{1}{2} \frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}. \quad (29)$$

3.3. Les valeurs des paramètres de la productivité totale des facteurs de production pour la fonction de production de Cobb-Douglas dans le modèle de Solow-Swan ont été obtenues de l'équation:

$$A_i = \frac{y_i(0)}{k_i^{\alpha_i}(0)}. \quad (30)$$

et dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil de l'équation⁵:

$$A_i = \frac{y_i(0)}{k_i^{\alpha_i}(0) h_i^{\beta_i}(0)}. \quad (31)$$

3.4. Pour obtenir les trajectoires "réelles" du PIB p.e. dans les modèles de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil nous avons résolu les équations différentielles (10) et (21) pour 1999, comme l'année initiale. Nous avons utilisé la méthode de Runge-Kutta implementée comme la fonction de MATLAB. Nous avons introduit les trajectoires du capital physique p.c. comme les arguments de la fonction de production, pour calculer le nombre d'années (périodes) qui sont nécessaires pour diminuer la moitié de la distance entre les valeurs initiales du PIB p.e. et leurs valeurs aux états d'équilibre stables. Ce que nous permettra à comparer les trajectoires du PIB p.e. et les périodes du demi-convergence avec leurs homologues reçus par l'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e.

4. Analyse des résultats empiriques pour les régions polonaises⁶.

⁵ Cette l'hypothèse est justifiée par les résultats de Mankiw, Romer, Weil, (1992).

⁶ Pour ne pas alourdir le texte, nous allons discuter seulement les résultats en termes du PIB p.e. Les conclusions sur le potentiel de la croissance exprimé en termes du capital physique ou du capital humain ont été présenté dans le papier [8].

4.1. Les résultats pour le modèle de Solow-Swan.

Dans le tableau 1 se trouvent les valeurs des paramètres du modèle de Solow-Swan qui sont nécessaires pour les calculs des valeurs du PIB p.e. aux états d'équilibre stables. Les taux de dépréciation réelle du capital physique $\eta_i + \rho$, dans la moitié des régions polonaises en 1999 ont été au dessous de 5%. Dans ces régions les taux de croissance de la population active ont été négatives. Elasticités du PIB p.e. par rapport au capital physique dans les régions polonaises ont été diversifiées. Conformément à la méthode de calibration de ces paramètres, les régions dans lesquelles la part du revenu du travail dans le PIB a été augmentée par rapport au niveau moyen en Pologne c'était les régions où les élasticités du PIB par rapport au capital physique ont été relativement bas: LUL (0.3167), PKR (0.3504) i SWI (0.3551). Et à l'inverse, les régions dans lesquelles la part du revenu du travail dans le PIB a été au dessous du niveau moyen en Pologne, c'étaient les régions où les élasticités du PIB par rapport au capital physique ont été relativement hautes: ZAC (0.6039), LUS (0.5966) et DOL (0.5956). Elasticité du PIB par rapport au capital physique en Pologne en 1999 a été relativement augmentée 0.5382 par rapport au niveau moyen dans les pays de l'OCDE⁷.

Tableau 1. Les valeurs des paramètres dans le modèle de Solow-Swan⁸.

Paramètres	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
A_i	90.5	51.9	79.2	789.7	48.6	133.6	194.0	144.0	72.2
α_i	0.5382	0.5956	0.5545	0.3167	0.5966	0.4992	0.4655	0.5079	0.5454
$\eta_i + \rho$	0.0498	0.0484	0.0502	0.0483	0.0507	0.0453	0.0535	0.0507	0.0473
s_{K_i}	0.2048	0.2215	0.1586	0.1602	0.2016	0.1731	0.1859	0.2874	0.1985
Paramètres	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
A_i	90.5	585.6	340.7	67.4	78.8	559.3	86.6	80.8	44.2
α_i	0.5382	0.3504	0.3999	0.5651	0.5600	0.3551	0.5340	0.5541	0.6039
$\eta_i + \rho$	0.0498	0.0520	0.0489	0.0537	0.0457	0.0484	0.0521	0.0519	0.0508
s_{K_i}	0.2048	0.1710	0.1645	0.1959	0.1892	0.1773	0.1413	0.2002	0.1629

A_i – la productivité totale des facteurs de production,

α_i - élasticité du PIB par rapport au capital physique,

$\eta_i + \rho$ - le taux de dépréciation réelle du capital physique,

s_{K_i} – le taux d'investissement en capital physique

⁷ Voir Kliber, Malaga, [12].

⁸ Abréviations des régions polonaises: DOL – Dolnośląskie, KUJ – Kujawsko-Pomorskie, LUL – Lubelskie, LUS – Lubuskie, LOD – Łódzkie, MAL – Małopolskie, MAZ – Mazowieckie, OPL – Opolskie, PKR – Podkarpackie, PDL – Podlaskie, POM – Pomorskie, SLA – Śląskie, SWI – Świętokrzyskie, WRM – Warmińsko-Mazurskie, WIE – Wielkopolskie, ZAC – Zachodniopomorskie. POL – Pologne.

La productivité totale des facteurs de production dans les régions polonaises a été très diversifiée. En conséquence d'application des méthodes de calibration des paramètres du modèle, les régions dans lesquelles les élasticités du PIB par rapport au capital physique ont été au dessous (dessus) de la moyenne pour la Pologne ont été les régions dans lesquelles la productivité totale des facteurs de production a été au dessus (dessous) de la valeur moyenne pour la Pologne: LUL (789.7), SWI (559.3), ZAC (44.2) i LUS (48.6). La productivité totale des facteurs de production en Pologne a été égale à (90,5). Les taux d'investissement en capital physique s_{K_i} ont été aussi très diversifiés en Pologne en 1999: MAZ (0.2874), DOL (0,2215) et WRM (0.1413), KUJ (0.1586) i PDL (0.1645) avec le taux d'investissement en capital physique moyen en Pologne (0,2048).

Dans le tableau 2 nous avons présenté les valeurs de PIB p.e. en Pologne et dans les régions polonaises en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan. Ces résultats nous permettent tirer deux conclusions:

a. parmi les régions «riches» en 1999 (dans lesquelles le PIB p.e. a été au dessus du niveau moyen pour la Pologne) - DOL, LUS, MAZ, POM, SLA, WIE, ZAC - la position du leader du point de vue du PIB p.e. aux états d'équilibre stables vont garder les régions DOL, LUS, MAZ, SLA, WIE,

b. les régions «pauvres» en 1999 (dans lesquelles le PIB p.e. ont été au dessous du niveau moyen pour la Pologne) – LUL, LOD, MAL, KUJ, PKR, PDL, OPL, SWI – vont garder leur position d'outsiders du point de vue du PIB p.e. aux états d'équilibre stables.

Tableau 2. Les valeurs du PIB p.e. – réelles et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan.

Variables	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
y_i^f	43 159	49 772	42 084	27 326	45 608	38 340	35 984	55 938	40 646
$y_i^{* \text{ SOL}}$	89 675	163 296	76 489	30 329	116 849	66 943	56 478	145 786	68 428
Variables	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
y_i^f	43 159	27 908	30 606	49 638	51 376	29 760	40 180	43 973	50 680
$y_i^{* \text{ SOL}}$	89 675	34 617	37 263	86 050	124 476	37 219	45 117	101 344	84 425

y_i^f - la valeur du PIB p.e. en 1999 à la region i ou en Pologne,

$y_i^{* \text{ SOL}}$ - la valeur du PIB p.e. en 1999 à la region i ou en Pologne à l'état d'équilibre stable.

Dans le tableau 3 se trouvent les valeurs de mesures de la sensibilité des valeurs du PIB p.e. aux états d'équilibre stables par rapport aux paramètres du modèle de Solow-Swan. Il est évident que l'impact d'élasticité du PIB par rapport au capital physique pour l'économie polonaise et pour les régions polonaises est beaucoup plus grand que d'autres paramètres.

Pour l'économie polonaise, par exemple, l'accroissement d'élasticité du PIB par rapport au capital physique d'ordre 1% augmenterait la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable de 14,9%, tandis que l'augmentation de la productivité totale des facteurs de production ou du taux d'épargne augmenteraient la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable, respectivement

de 2,1%, et de 1,2%. L'accroissement du taux de dépréciation réelle du capital physique p.e. de 1% conduirait à la baisse du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable de 1,2%.

Dans le tableau 4 nous avons présenté les distributions de la richesse dans les régions polonaises par rapport au niveau moyen pour l'économie polonaise en 1999 et aux états d'équilibre stables. Il est évident que les régions riches (DOL, LUS, MAZ, SLA, WIE) vont améliorer sa position en Pologne, les régions POM et ZAC deviendront les régions avec le niveau du PIB p.e. au dessous du niveau moyen en Pologne, tandis que les régions pauvres (LUL, PKR, PDL et SWI) vont encore détériorer leur position parmi les régions polonaises.

Les disparités régionales de la richesse mesurée par le PIB p.e., observés en 1999 vont encore s'accroître aux états d'équilibre stables. Toutes les régions, sauf MAZ, qui se trouvent dans l'Est, Nord-Est et Sud-Est de la Pologne vont perdre encore sa position par rapport aux régions de l'Ouest, Sud-Ouest, Nord-Ouest et du Centre de la Pologne.

Tableau 3. Elasticités du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable à la région i ou en Pologne par rapport aux paramètres du modèle de Solow-Swan.

Elasticités	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
$e_{A_i}^{y_i}$	2,165	2,473	2,245	1,464	2,479	1,997	1,871	2,032	2,200
$e_{\alpha_i}^{y_i}$	14,939	19,917	15,427	5,340	19,297	12,414	10,615	14,061	15,076
$e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$	-1,165	-1,473	-1,245	-0,464	-1,479	-0,997	-0,871	-1,032	-1,200
$e_{s_i}^{y_i}$	1,165	1,473	1,245	0,464	1,479	0,997	0,871	1,032	1,200
Elasticités	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
$e_{A_i}^{y_i}$	2,165	1,539	1,666	2,299	2,273	1,551	2,146	2,243	2,525
$e_{\alpha_i}^{y_i}$	14,939	6,280	7,824	16,443	16,738	6,509	13,425	16,001	19,072
$e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$	-1,165	-0,539	-0,666	-1,299	-1,273	-0,551	-1,146	-1,243	-1,525
$e_{s_{K_i}}^{y_i}$	1,165	0,539	0,666	1,299	1,273	0,551	1,146	1,243	1,525

* $e_{A_i}^{y_i}$ – élasticité du PIB p.e. à la région i ou en Pologne par rapport au A_i (la productivité totale des facteurs de production),

* $e_{\alpha_i}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la région i ou en Pologne par rapport au α_i (élasticité du PIB p.e. à la région i ou en Pologne par rapport au capital physique),

* $e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la région i ou en Pologne par rapport au $\eta_i + \rho$ (le taux de dépréciation réelle),

*
 $e_{s_{K_i}}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la région i ou en Pologne par rapport au s_{K_i} (le taux d'investissement en capital physique).

Tableau 4. Les relations entre le PIB p.e. à la région i et en Pologne en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan.

Relations	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
y_i^f / y^f	1.153	0.975	0.633	1.057	0.888	0.834	1.296	0.942
y_i^{*SOL} / y^{*SOL}	1.821	0.853	0.338	1.303	0.747	0.630	1.626	0.763
Relations	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
y_i^f / y^f	0.647	0.709	1.150	1.190	0.690	0.931	1.019	1.174
y_i^{*SOL} / y^{*SOL}	0.386	0.416	0.960	1.388	0.415	0.503	1.130	0.941

y_i^f / y^f – la relation entre les PIB p.e. à la région i et en Pologne en 1999,

y_i^{*SOL} / y^{*SOL} - la relation entre les PIB p.e. à la region i et en Pologne aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan.

Dans le tableau 5 se trouvent les valeurs des mesures de la vitesse de convergence des sentiers de croissance de l'économie polonaise et des régions polonaises vers les états d'équilibre stables. La vitesse de convergence des sentiers de croissance du PIB p.e. et en conséquence le temps de "demi-convergence" dans les régions polonaises sont très diversifiés. En principe, la vitesse de convergence dans les régions "pauvres" a été plus grande que dans les régions "riches". Les cas de MAZ et WIE suggèrent que dans les régions polonaises il vaut mieux parler de la convergence conditionnelle, que de la convergence absolue. C'est aussi le cas de la région LUL qui en 1999 et à l'état d'équilibre stable était parmi les régions pauvres avec la vitesse de convergence relativement augmenté par rapport aux d'autres régions et le temps de "demi-convergence" relativement bas.

Tableau 5. La vitesse de convergence et du temps de "demi-convergence" dans le modèle de Solow-Swan.

	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
β_i^{SOL}	0,0230	0,0196	0,0224	0,0330	0,0205	0,0227	0,0286	0,0249	0,0215
t_i^{SOL}	30,2	35,4	31,0	21,0	33,9	30,6	24,3	27,8	32,2
	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
β_i^{SOL}	0,0230	0,0338	0,0293	0,0234	0,0201	0,0312	0,0243	0,0231	0,0201
t_i^{SOL}	30,2	20,5	23,6	29,7	34,5	22,2	28,5	29,9	34,5

β_i^{SOL} – le coefficient de la vitesse de convergence à la région i et en Pologne dans le modèle de Solow-Swan,

t_i^{SOL} – le coefficient de "demi-convergence" à la région i et en Pologne dans le modèle de Solow-Swan.

Grâce au tableau 6 nous pouvons comparer le nombre d'années qui sont nécessaires pour la diminution la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables – calculés à partir des trajectoires du PIB p.e. réelles et à partir de l'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e. autour de l'état d'équilibre stable dans le modèle de Solow-Swan.

L'application de l'approximation log-linéaire pour définir la mesure de la vitesse de convergence vers les états d'équilibre stables dans le cas du modèle de Solow-Swan est justifiée.

Tableau 6. Le nombre d'années nécessaires pour la diminution la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan.

	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
T(0)-T(d/2)	32	41	33	21	38	31	24	29	34
t_i^{SOL}	30	35	31	21	34	31	24	28	32
	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
T(0)-T(d/2)	32	20	23	32	37	21	29	32	37
t_i^{SOL}	30	21	24	30	34	22	29	30	34

$T(d/2)$ - le nombre d'années (périodes) qui sont nécessaires pour diminuer la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et la valeur du PIB p.e. aux états d'équilibre stables - valeurs réelles,

t_i^{SOL} - le nombre d'années qui sont nécessaires pour diminuer la moitié de distance entre le PIB p.e. en 1999 et la valeur du PIB p.e. aux états d'équilibre stables - valeurs approximatives.

4.2. Les résultats pour le modèle de Mankiw-Romer-Weil

Dans le tableau 7 se trouvent les valeurs des paramètres du modèle de Solow-Swan qui sont nécessaires pour les calculs des valeurs du PIB p.e. aux états d'équilibre stables. Les taux de dépréciation réelle du capital physique $\eta_i + \rho$ et les taux d'investissement en capital physique sont les mêmes que dans le modèle de Solow-Swan. Les taux d'investissement en capital humain sont diversifiés. Dans la plupart de régions polonaises (dans toutes les régions relativement pauvres) les taux d'investissement en capital humain ont été au dessus de la valeur moyenne en Pologne. Par contre, dans les régions relativement riches DOL et MAZ les taux d'investissement en capital humain ont été le plus bas.

Les élasticités du PIB p.e. par rapport au capital physique et capital humain dans les régions polonaises ont été diversifié. Conformément à la méthode de calibration de ces paramètres les régions dans lesquelles la part du revenu du travail dans le PIB a été augmentée par rapport au niveau moyen en Pologne, c'étaient les régions où les élasticités du PIB par rapport au capital physique (capital humain) ont été relativement bas: LUL 0,2773 (0.1613), PKR 0,3104 (0,2448) i SWI 0,3278 (0,2361). Et à l'inverse les régions dans lesquelles la part du revenu du travail dans le PIB a été au dessous du niveau moyen en Pologne c'étaient les régions où les élasticités du PIB par rapport au capital physique (capital humain) ont été relativement hautes: ZAC 0,5874 (0.2063), LUS 0,5683 (0,2158) et DOL 0,5684 (0.2158).

Elasticités du PIB par rapport au capital physique (capital humain) en Pologne en 1999 ont été relativement augmentées, par rapport au niveau moyen dans les pays de l'OCDE⁹ et égales à 0.5132 (0,2434). La productivité totale des facteurs de production dans les régions polonaises a été très diversifiée. En conséquence d'application des méthodes de calibration des paramètres du modèle, les régions dans lesquelles les élasticités du PIB par rapport au capital physique (capital humain) ont été au

⁹ Voir Kliber, Malaga, [12].

dessous (dessus) de la moyenne pour la Pologne étaient les régions dans lesquelles la productivité totale des facteurs de production a été au dessus (dessous) de la valeur moyenne pour la Pologne: LUL 1421,8, PKR 1065,7 et POM 70,8, LUS 72,2. La productivité totale des facteurs de production en Pologne a été égale à 132.

Tableau 7. Les valeurs des paramètres dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Paramètres	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
A_i	132.0	74.8	119.8	1421.8	72.2	181.7	337.3	217.7	141.5
α_i	0.5132	0.5684	0.5250	0.2773	0.5683	0.4836	0.4267	0.4800	0.4960
β_i	0.2434	0.2158	0.2375	0.1613	0.2158	0.2582	0.2866	0.2600	0.2520
$\eta_i + \rho$	0.0498	0.0484	0.0502	0.0483	0.0507	0.0453	0.0535	0.0507	0.0473
s_{K_i}	0.2048	0.2215	0.1586	0.1602	0.2016	0.1731	0.1859	0.2874	0.1985
s_{H_i}	0.3956	0.3618	0.4399	0.4816	0.3833	0.4145	0.4519	0.2965	0.4230
Paramètres	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
A_i	132.0	1065.7	631.3	70.8	108.3	901.5	117.3	122.4	58.2
α_i	0.5132	0.3104	0.3550	0.5730	0.5372	0.3278	0.5151	0.5249	0.5874
β_i	0.2434	0.1448	0.3225	0.2135	0.2314	0.2361	0.2424	0.2375	0.2063
$\eta_i + \rho$	0.0498	0.0520	0.0489	0.0537	0.0457	0.0484	0.0521	0.0519	0.0508
s_{K_i}	0.2048	0.1710	0.1645	0.1959	0.1892	0.1773	0.1413	0.2002	0.1629
s_{H_i}	0.3956	0.4638	0.4530	0.4260	0.4132	0.4393	0.4366	0.4362	0.3768

A_i – la productivité totale des facteurs de production,

α_i - élasticité du PIB par rapport au capital physique,

β_i - élasticité du PIB par rapport au capital humain,

$\eta_i + \rho$ - le taux de dépréciation réelle,

s_{K_i} - le taux d'investissement en capital physique,

s_{H_i} - le taux d'investissement en capital humain.

Dans les calculs comme le stock du capital humain nous avons pris le nombre de la population qui a fini l'école secondaire. Nous pouvons admettre que le stock du capital humain "réel" est proportionnel au nombre des travailleurs qui ont fini l'école secondaire. Si chacun travailleur dispose du stock du capital humain C , alors la valeur du stock du capital humain „réel” est égale à:

$$\tilde{H} = CH \quad (32)$$

où H décrit le nombre des travailleurs qui ont fini l'école secondaire. Alors le capital humain "réel" p.e. est proportionnel au h :

$$\tilde{h} = Ch \quad (33)$$

Les valeurs du capital physique p.e., du capital humain p.e. et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables sont d'écrites par les équations:

$$\tilde{k}^{*MRW} = \frac{k^{*MRW}}{C^{1-\alpha-\beta}}, \quad \tilde{h}^{*MRW} = \frac{h^{*MRW}}{C^{1-\alpha-\beta}}, \quad \tilde{y}^{*MRW} = \frac{y^{*MRW}}{C^{1-\alpha-\beta}}. \quad (34)$$

Les valeurs réelles du PIB p.e. aux états d'équilibre stables qui se trouvent dans le tableau 8 sont proportionnelles aux valeurs réelles. Si nous connaissons les valeurs C, alors nous pourrions facilement calculer les valeurs réelles du PIB p.e. aux états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil. Parce que cette valeur n'est pas connue, il nous reste à calculer les relations entre les valeurs de ces variables au niveau régionale par rapport au niveau national.

Tableau 8. Les valeurs du PIB p.e. réelles en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Variabes	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS
y_i^f	35 604	41 059	34 717	22 542	37 624
y_i^{*MRW}	80 904 117 434	197 217 897 247	62 972 093 644	13 278 276 642	116 664 195 297
Variabes	POL	LOD	MAL	MAZ	OPL
y_i^f	35 604	31 628	29 685	46 146	33 531
y_i^{*MRW}	80 904 117 434	63 639 859 303	35 676 657 826	141 187 187 658	51 781 780 599
Variabes	POL	PKR	PDL	POM	SLA
y_i^f	35 604	23 023	25 248	40 949	42 382
y_i^{*MRW}	80 904 117 434	15 742 845 609	16 975 693 740	118 099 951 129	152 275 196 068
Variabes	POL	SWI	WRM	WIE	ZAC
y_i^f	35 604	24 551	33 147	36 276	41 808
y_i^{*MRW}	80 904 117 434	19 966 546 988	23 878 466 404	102 085 188 352	74 116 605 551

y_i^f - la valeur du PIB p.e. en 1999 à la région i ou en Pologne,

y_i^{*MRW} - la valeur du PIB p.e. à la region i ou en Pologne à l'état d'équilibre stable dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Dans le tableau 9 nous avons présenté les distributions de la richesse dans les régions polonaises par rapport au niveau moyen pour l'économie polonaise en 1999 et aux états d'équilibre stables. Les régions « riches » en 1999 DOL, LUS, MAZ, POM, SLA et WIE deviendront encore plus riches aux états d'équilibre stables. Par contre les régions « pauvres » LUL, PKR, PDL et SWI deviendront encore plus pauvres par rapport au niveau moeyen en Pologne.

Les inégalités entre les régions polonaises du point de vue du PIB p.e. aux états d'équilibre stables, vont encore augmenter par rapport aux résultats obtenus à partir du modèle de Solow-Swan.

Tableau 9. Les relations entre le PIB p.e. à la région i ou en Pologne en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Relations	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
y_i^f / y^f	1.153	0.975	0.633	1.057	0.888	0.834	1.296	0.942
y_i^{*MRW} / y^{*MRW}	2.438	0.778	0.164	1.442	0.787	0.441	1.745	0.640
Relations	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
y_i^f / y^f	0.647	0.709	1.150	1.190	0.690	0.931	1.019	1.174
y_i^{*MRW} / y^{*MRW}	0.195	0.210	1.460	1.882	0.247	0.295	1.262	0.916

y_i^f / y^f – la relation entre les PIB p.e. à la région i et en Pologne en 1999,

y_i^{*MRW} / y^{*MRW} – la relation entre les PIB p.e. à la région i et en Pologne aux états d'équilibre stables.

Dans le tableau 10 se trouvent les valeurs de mesures de la sensibilité des valeurs du PIB p.e. aux états d'équilibre stables par rapport aux paramètres du modèle de Mankiw-Romer-Weil. Il est évident que l'impact d'élasticités du PIB par rapport au capital physique et au capital humain pour l'économie polonaise et pour les régions polonaises est beaucoup plus grand que pour d'autres paramètres.

Pour l'économie polonaise, l'accroissement d'élasticité du PIB par rapport au capital physique (capital humain) d'ordre 1% augmenterait la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable de 55,94 %, (27,71%) tandis que l'augmentation de la productivité totale des facteurs de production ou de taux d'investissement en capital physique augmenteraient la valeur du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable, respectivement de 4,1%, et de 2,1%. L'accroissement du taux de dépréciation réelle du capital physique p.e. (capital humain p.e.) de 1% conduirait à la baisse du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable de 2,1%¹⁰.

Dans le tableau 11 se trouvent les valeurs des mesures de la vitesse de convergence des sentiers de croissance de l'économie polonaise et des régions polonaises vers les états d'équilibre stables. La vitesse de convergence des sentiers de croissance du PIB p.e. et en conséquence le temps de "demi-convergence" dans les régions polonaises sont très diversifiés.

¹⁰ Elasticités du PIB p.e. aux états d'équilibre stables par rapport au taux d'investissement en capital humain $e_{sH_i}^{y_i}$ sont égales à 1. Par définition $e_{sH_i}^{y_i} = \frac{\beta_i}{1 - \alpha_i - \beta_i}$, alors si nous admettons que

$\alpha_i = 1 - \alpha_i - \beta_i$, alors $e_{sH_i}^{y_i} = 1$.

Tableau 10. Elasticités du PIB p.e. à l'état d'équilibre stable à la region i ou en Pologne par rapport aux paramètres du modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Elasticités	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
$e_{A_i}^{y_i}$	4,109	4,634	4,211	2,767	4,633	3,873	3,489	3,846	3,969
$e_{\alpha_i}^{y_i}$	55,943	72,502	57,519	18,809	70,726	49,113	38,031	50,594	51,390
$e_{\beta_i}^{y_i}$	27,710	28,019	27,037	25,608	27,505	27,090	26,432	27,440	26,861
$e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$	-3,109	-3,634	-3,211	-1,767	-3,633	-2,873	-2,489	-2,846	-2,969
$e_{s_{K_i}}^{y_i}$	2,109	2,634	2,211	0,767	2,633	1,873	1,489	1,846	1,969
Elasticités	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
$e_{A_i}^{y_i}$	4,109	2,900	3,101	4,684	4,322	2,975	4,125	4,210	4,848
$e_{\alpha_i}^{y_i}$	55,943	22,211	27,266	71,888	63,083	24,400	52,888	58,997	74,594
$e_{\beta_i}^{y_i}$	27,710	25,668	25,781	27,566	27,952	25,923	26,022	27,478	27,034
$e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$	-3,109	-1,900	-2,101	-3,684	-3,322	-1,975	-3,125	-3,210	-3,848
$e_{s_{K_i}}^{y_i}$	2,109	0,900	1,101	2,684	2,322	0,975	2,125	2,210	2,848

* $e_{A_i}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au A_i (la productivité totale des facteurs de production),

* $e_{\alpha_i}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au α_i (élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au capital physique),

* $e_{\beta_i}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au β_i (élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au capital humain),

* $e_{\eta_i+\rho}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au $\eta_i + \rho$ (le taux de dépréciation réelle),

* $e_{s_{K_i}}^{y_i}$ - élasticité du PIB p.e. à la region i ou en Pologne par rapport au s_{K_i} (le taux d'investissement en capital physique).

La vitesse de convergence des sentiers de croissance du PIB p.e. vers les états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil est plus bas, que dans le modèle de Solow-Swan. En conséquence le temps de « demi-convergence » est plus long. Les résultats obtenus pour le modèle de Mankiw-Romer-Weil - présentés dans le tableau 11 - confirment notre thèse, que l'idée de la convergence conditionnelle au niveau des régions polonaises est beaucoup mieux justifiée que l'idée de la convergence absolue.

Tableau 11. Les valeurs des mesures de la vitesse de convergence et du “demi-convergence” dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
β_i^{MRW}	0,0121	0,0104	0,0119	0,0175	0,0110	0,0117	0,0153	0,0132	0,0119
t_i^{MRW}	57,2	66,3	58,2	39,7	63,3	59,3	45,2	52,6	58,2
	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
β_i^{MRW}	0,0121	0,0179	0,0158	0,0115	0,0106	0,0163	0,0126	0,0123	0,0105
t_i^{MRW}	57,2	38,7	44,0	60,4	65,6	42,6	54,9	56,2	66,2

β_i^{MRW} - le coefficient de la vitesse de convergence à la région *i* et en Pologne dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil,

t_i^{MRW} - le coefficient de la “demi-convergence” à la région *i* et en Pologne dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

Le tableau 12 nous permet comparer le nombre d'années qui sont nécessaires pour la diminution de la moitié la distance entre le PIB p.e. en 1999 et du PIB p.e. aux états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil – calculés à partir des trajectoires du PIB p.e. réelles et à partir de l'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e. autour des états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil. Dans le cas de ce modèle, l'idée d'application de l'approximation log-linéaire du taux de croissance du PIB p.e. pour définir la mesure de la vitesse de convergence vers l'état d'équilibre stable n'est pas justifiée.

Tableau 12. Le nombre d'années nécessaires pour la diminution la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Mankiw-Romer-Weil.

	POL	DOL	KUJ	LUL	LUS	LOD	MAL	MAZ	OPL
$T(d/2)$	132	165	136	65	157	131	92	116	130
t_i^{MRW}	57	66	58	40	63	59	45	53	58
	POL	PKR	PDL	POM	SLA	SWI	WRM	WIE	ZAC
$T(d/2)$	132	66	80	151	156	75	126	132	168
t_i^{MRW}	57	39	44	60	66	43	55	56	66

$T(d/2)$ - le nombre d'années (périodes) qui sont nécessaires pour diminuer la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et la valeur du PIB p.e. aux états d'équilibre stables - valeurs réelles,

t_i^{MRW} - le nombre d'années qui sont nécessaires pour diminuer la moitié de la distance entre le PIB p.e. en 1999 et la valeur du PIB p.e. aux états d'équilibre stables.

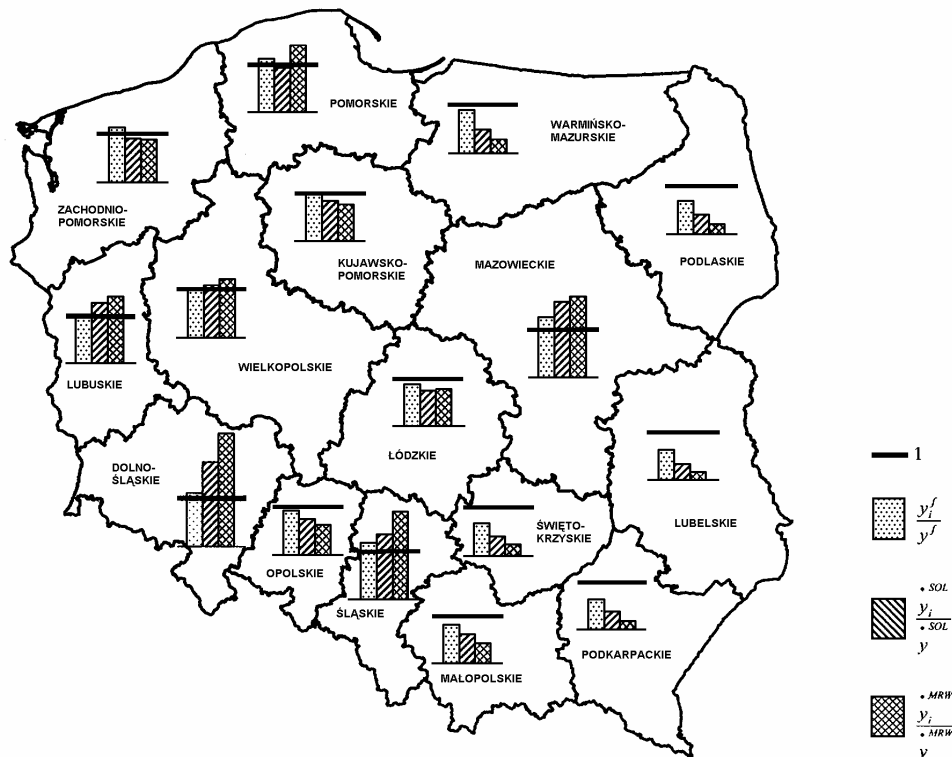
5. Conclusion

Dans cette communications nous avons réalisé quelques objectifs. Nous avons appliqué deux modèles néoclassiques de croissance exogène à l'analyse des inégalités régionales en Pologne en 1999 et aux états d'équilibre stables dans les modèles de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil.¹¹

L'analyse retrospective a été réalisé à la base des valeurs des paramètres de ces modèles, mais aussi grâce aux données statistiques sur les valeurs du PIB p.e., capital physique p.e. et capital humain p.e. dans les régions polonaises en 1999, comme l'année de référence pour analyse à long terme¹².

Un de résultats primordiaux est illustré par la figure 1, qui représente la distribution régionale du PIB p.e. en 1999 et aux états d'équilibre stables dans les modèles de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil.

Fig. 1 Les relations entre les valeurs du PIB p.e. à la region i et en Pologne en 1999 et aux états d'équilibre stables dans le modèle de Solow-Swan et de Mankiw-Romer-Weil.



Source: Les tableaux 4, 9.

Les résultats que nous avons obtenu montrent que les inégalités régionales en Pologne observées en 1999 vont encore agrandir à long terme. Le scénario de la division de la Pologne à l'avenir entre la

¹¹ Le choix de ces modèles a été justifié aussi par les nombreux résultats présentés dans les nombreux articles. Ce que nous permette comparer implicitement nos résultats avec les résultats obtenus pour d'autres pays.

¹² L'application de méthodes de calibration des paramètres des modèles a été justifiée par: a.) la longueur et la fiabilité des séries des données statistiques au niveau régional en Pologne. b.) notre conviction qu'au fond d'analyse de la convergence et de disparités régionales au niveau d'un pays se trouve plutôt le problème du choix des modèles de croissance que du choix des techniques (voir méthodes économétriques) du calcul des caractéristiques de la convergence ou des disparités régionales.

partie « riche » - l'Ouest et Centre de la Pologne et la partie « pauvre » - l'Est du pays, nous paraissent au moins très inquiétants. Il provoque deux types de réflexions. On peut traiter ce scénario très sérieusement et envisager les nouvelles possibilités de développement régional en Pologne conformes aux nouvelles principes de la politique réalisée à l'échelle européenne¹³ qui vont aboutir au développement plus harmonieux des régions polonaises à l'avenir. Il faut en même temps réviser les méthodes que nous avons appliquées à l'analyse de la convergence et de disparités régionales en Pologne. La question fondamentale c'est le choix ou la construction des modèles de croissance économique d'une nouvelle génération qui prennent en compte les paradigmes de la théorie de l'espace et qui sont conformes aux nouvelles formes de transformations économiques, technologiques et sociales à l'échelle européenne et mondiale.

Bibliographie

- [1] BARRO R., SALA-I-MARTIN X, (2003), *Economic Growth*, New York, McGraw-Hill.
- [2] BAUMONT C., ERTUR C., LE GALLO J., *Exploratory Spatial Data Analysis of the Distribution of Regional per capita GDP in Europe, 1980-1995*, *Papers in Regional Science*, vol. 82, n°2, 2003, p. 175-201.
- [3] BAUMONT C., ERTUR C., LE GALLO J., *An Exploratory Spatial Data Analysis of European Regional Disparities, 1980-1995*", ch. 2, p. 55-98, Bernard Fingleton ed. « Advances in Spatial Science » series, Springer Verlag, mars 2003.
- [4] BAUMONT C., ERTUR C., LE GALLO J., "A Spatial Econometric Analysis of Convergence across European Regions, 1980-1995", ch. 3, p. 99-130, in *European Regional Growth*, chapitre 3, Bernard Fingleton ed. « Advances in Spatial Science » series, Springer Verlag, mars 2003.
- [5] BAUMONT C., ERTUR C., LE GALLO J., "Spatial Convergence Clubs and the European Growth Process, 1980-1995", ch. 4, p. 131-158, in *European Regional Growth*, Bernard Fingleton ed. « Advances in Spatial Science » series, Springer Verlag, mars 2003
- [6] CASELLI F.G., ESQUIVEL G., LEFORT F., (1996), *Reopening the Convergence Debate: A New Look at Cross-Country Growth Empirics*, *Journal of Economic Growth*, 363-89.
- [7] DE LA FUENTE A., (1998), *What Kind of Regional Convergence?*, CEPR DP 1924.
- [8] KLIBER P., MAĆKOWIAK P., MALAGA K., (2004), *Les disparités régionales en Pologne, Analyse en termes des modèles néoclassiques de croissance*, Ateliers franco-polonais, Université de Bourgogne, Dijon, 5-6.02.2004.
- [9] KLIBER P., MALAGA K., (2003), *Convergence of regional growth paths towards stable steady-states in Poland in years 1998-2000*, *The Poznań University of Economics Review*, volume 3, nr.2.
- [10] KLIBER P., MALAGA K., (2002), *On the convergence of Growth Path Towards Steady-States in OECD Countries in Solow-Swan Type Model*, Charemza W., Strzala K. (ed), *East European Transition and EU Enlargement, A Quantitative Approach*, Physica Verlag, Heidelberg, New York
- [11] MALAGA K., KLIBER P., (2003), *Convergence des sentiers de croissance économique des régions polonaises vers les états d'équilibre stable*. XXXIX Colloque de l'ASRDLF, Lyon 1-3.09.2003. <http://asrdlf2003.entpe.fr/pdfpapiers/A3/119.pdf>.
- [12] MALAGA K., (2004), *Konwergencja gospodarcza w krajach OCDE w świetle zagregowanych modeli wzrostu*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- [13] MANKIW N.G., ROMER D., WEIL D., (1992), *A contribution to the empirics of economic growth*, *American Economic Review*, 107, 407-37.
- [14] *Statistical yearbook of the Republic of Poland., Statistical yearbook of the regions – Poland*.
- [15] TEMPLE J., (1999), *The New Growth Evidence*, *Journal of Economic Literature*, pp. 112-156.

¹³ Voir par exemple „Le troisième rapport sur la cohésion économique et sociale” de la Commission Européenne.