

Logique pour l'informatique

Formulaire

Juin 2000

1 Tableau sémantique

Règles α :

α	α_1	α_2
$\neg\neg\phi$	ϕ	
$\phi_1 \wedge \phi_2$	ϕ_1	ϕ_2
$\neg(\phi_1 \vee \phi_2)$	$\neg\phi_1$	$\neg\phi_2$
$\neg(\phi_1 \rightarrow \phi_2)$	ϕ_1	$\neg\phi_2$
$\phi_1 \leftrightarrow \phi_2$	$\phi_1 \rightarrow \phi_2$	$\phi_2 \rightarrow \phi_1$

α -règles.

Remarque : toutes les formules α peuvent être considérées (sont équivalentes) à des conjonctions.

Règles β :

β	β_1	β_2
$\phi_1 \vee \phi_2$	ϕ_1	ϕ_2
$\neg(\phi_1 \wedge \phi_2)$	$\neg\phi_1$	$\neg\phi_2$
$\phi_1 \rightarrow \phi_2$	$\neg\phi_1$	ϕ_2
$\neg(\phi_1 \leftrightarrow \phi_2)$	$\neg(\phi_1 \rightarrow \phi_2)$	$\neg(\phi_2 \rightarrow \phi_1)$

β -règles.

Remarque : toutes les formules β peuvent être considérées (sont équivalentes) à des disjonctions.

2 Dédution naturelle : logique propositionnelle.

- Règles pour l'implication :

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow_e$$

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \phi} MT$$

ϕ hyp.

.

.

.

$$\frac{\psi \quad \text{fin hyp.}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow_i$$

- Règles pour la conjonction :

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge_i$$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge_{e1} \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge_{e2}$$

- Règles pour la disjonction :

$$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

ψ_1 hyp. ψ_2 hyp.

.

.

.

.

$$\frac{\psi_1 \vee \psi_2 \quad \phi \text{ fin hyp.} \quad \phi \text{ fin hyp.}}{\phi} \vee_e$$

- Règles pour la négation :

$$\frac{\phi \quad \neg \phi}{\perp} \neg_e$$

ϕ hyp.

.

.

.

$$\frac{\perp \quad \text{fin hyp.}}{\neg \phi} \neg_i$$

$$\frac{\neg\phi \text{ hyp.} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot}{\perp \text{ fin hyp.}} \text{RAA}$$

$$\frac{\phi}{\neg\neg\phi} \neg\neg_i$$

$$\frac{}{\phi \vee \neg\phi} \text{LEM}$$

$$\frac{\perp}{\phi} \perp_e$$

- Règle pour la copie :

$$\frac{\phi}{\phi} \text{copie}$$

- Règles pour l'équivalence

$$\frac{\phi_1 \rightarrow \phi_2 \wedge \phi_2 \rightarrow \phi_1}{\phi_1 \leftrightarrow \phi_2} (\leftrightarrow_i)$$

$$\frac{\phi_1 \leftrightarrow \phi_2}{\phi_1 \rightarrow \phi_2} (\leftrightarrow_{e_1})$$

$$\frac{\phi_1 \leftrightarrow \phi_2}{\phi_2 \rightarrow \phi_1} (\leftrightarrow_{e_1})$$

3 Dédution naturelle : logique du premier ordre.

- Règles pour légalité :

$$\frac{}{t=t} = i$$

$$\frac{t_1=t_2 \quad \phi[t_1/x]}{\phi[t_2/x]} = e$$

- Règles pour la quantification universelle :

$$\frac{\forall x.\phi}{\phi[t/x]} \forall e$$

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} x_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi[x_0/x] \end{array}}}{\forall x \cdot \phi} \quad \forall i$$

où x_0 n'apparaît pas en dehors de la boîte (variable fraîche).

- Règles pour la quantification existentielle :

$$\frac{\phi[t/x]}{\exists x \cdot \phi} \quad \exists x$$

$$x_0 \quad \phi[x_0/x] \quad \text{hyp.}$$

·
·
·

$$\frac{\exists x \cdot \phi \quad \psi \quad \text{fin hyp.}}{\psi} \quad \exists e$$

où x_0 n'apparaît pas dans ψ .